

Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

ВАРИАНТ ФК241-1

1. Какое из чисел больше: $A = 12 \cdot (7 + 1) \cdot (7^2 + 1) \cdot (7^4 + 1)$ или $B = 2 \cdot 7^8 - 1$?
2. Собственная скорость теплохода в 4 раза больше скорости течения реки, причем на путь длиной 10 километров по течению он тратит на 20 минут больше, чем на путь длиной 3 километра против течения реки. Найдите собственную скорость теплохода. Ответ дайте в километрах в час.
3. Для числа $\sqrt{3} + \sqrt{23}$ найдите ближайшее к нему натуральное число. Ответ обоснуйте.
4. Решите неравенство

$$9^{x^2+1} - 30 \cdot 15^{x^2} + 225 \cdot 25^{x^2-1} > 0.$$

5. В треугольнике ABC проведены высоты AH_1 и BH_2 . Известно, что $|H_1H_2| = \sqrt{3}$, $\angle ACB = \frac{2\pi}{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
6. Решите уравнение

$$\sqrt{4 \cos \left(\frac{2025\pi}{2} + x \right) - 4 \cos^2 x + 5} = \frac{3}{2} - \sin x - \frac{1}{2} \cos 2x.$$

7. Найдите все положительные решения уравнения

$$3^{x^4-6} \cdot 9^{\frac{9\sqrt{3}}{x}-6} \cdot 27^{\frac{9}{x^2}-6} = 2\sqrt{3} \cdot x - x^2 - 2.$$

8. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC ребро AS длиннее ребра BC в два раза. На ребре SC выбрана точка D так, что плоскость ABD делит объем пирамиды в отношении 3 к 1. Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и плоскостью ABD .