МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

2024 год

Вариант ФК242-1.

1. График функции $f(x) = 4x^2 - 7x + 33$ пересекается с графиком функции $g(x) = 180x + h$ в точке с абсциссой $x = -4,25$. Найдите абсциссу второй точки пересечения этих графиков.

2. Дана возрастающая геометрическая прогрессия. Известно, что сумма первого и четвертого членов прогрессии равна 344, а второго и третьего — равна 56. Найдите пятый член этой прогрессии.

3. Найдите ближайшее целое к числу

$$\log_2\left(-\sqrt[3]{\frac{47^2+16^2-53^2-22^2}{65^2-2\cdot65\cdot59+59^2}}\right).$$

Ответ обоснуйте.

4. Решите неравенство: $\log_{1-x}(1-x)^2 + \sqrt{(x-1)^2} \leqslant \sqrt[3]{(2x^2+5)^3}$.

5. Найдите сумму всех значений переменной x, удовлетворяющих системе условий

$$\begin{cases} \dfrac{x-\pi}{2\pi-x} \geqslant \dfrac{x-\pi}{2\pi+x}. \\ \operatorname{ctg} x\left(2\sin x + \sqrt{1,5}\right) = (\operatorname{ctg} x + 1)\cos x. \end{cases}$$

6. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD. Биссектрисы внутренних односторонних углов BAD и ABC пересекаются в точке F, а биссектрисы углов BCD и ADC — в точке G. Найдите длину отрезка FG, если $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 5$, $AD = 7$.

7. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ (в основании — квадрат $ABCD$) через точки $K \in SC$ и $L \in SB$ проведена плоскость α параллельная BD — диагонали основания. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α, если $AB = 6$, $SB = 9$, $SK : KC = 1 : 2$, $SL : LB = 2 : 1$.

8. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$(4x^2 + x + 1)^2 - 2x(4x^2 + x + 1) + ax^2 = 0$$

имеет ровно два решения на промежутке $x \in \left[\frac{1}{4};\ 1\right]$.