

Олимпиада школьников  
Казахстанского филиала МГУ имени М.В.Ломоносова  
по математике  
заключительный этап (21.04.2024)

Вариант 24-11

1. В школе №3 оказалось, что в процентном отношении мальчиков в пятом классе больше, чем мальчиков в школе. Кого больше (в процентном отношении): пятиклассников среди всех мальчиков школы или пятиклассников среди всех учащихся школы?
2. Решить уравнение:  $\cos x \cos y = |\cos y + \cos x|$ .
3. Найти наименьшее значение выражения  $\frac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{\cos 4x + 1}$  при  $0 < x < \pi/4$ .
4. Решите неравенство:  
$$\log_{x+1}(2x^2 - 3x + 1) \leq 2.$$
5. В трапеции ABCD с основаниями AB и CD диагонали AC и BD перпендикулярны. Сравните величины BC+AD и AB+CD.
6. При каких  $a$  один из корней уравнения  $(a^2 + a - 1)x^2 + (2a - 3)x + a - 5 = 0$  больше 1, а другой меньше 1?

Олимпиада школьников  
Казахстанского филиала МГУ имени М.В.Ломоносова  
по математике.  
Заключительный этап (21.04.2024)

Вариант 24-12

1. В школе №17 оказалось, что в процентном отношении девочек в третьем классе больше, чем девочек в школе. Кого больше (в процентном отношении): пятиклассниц среди всех девочек школы или пятиклассниц среди всех учащихся школы?
2. Решить уравнение:  $\sin x \sin y = |\sin x + \sin y|$ .
3. Найти наименьшее значение выражения  $\frac{\cos 2x + \sin^4 x}{\sin x + \sin 3x}$  при  $0 < x < 2\pi/3$ .
4. Решите неравенство:  
$$\log_{x+2}(2x^2 + x) \leq 2.$$
5. В трапеции ABCD с основаниями AB и CD диагонали AC и BD перпендикулярны. Сравните величины  $BC \cdot AD$  и  $AB \cdot CD$ .
6. При каких  $a$  оба корня уравнения  
$$x^2 + 4ax + 1 - 2a + 4a^2 = 0$$
меньше -1.